Lineare Algebra (H. Grassmann)
Übungsaufgaben, Serie 9, Abgabe am 2.1.

Name, Vorname

Übungsleiter	Übungsgruppe

41. Seien $A, B \in M_{nn}$ symmetrische Matrizen. Zeigen Sie: $A \cdot B$ ist genau dann symmetrisch, wenn $AB = BA$ gilt. (2 Punkte)

42. Sei $(\mathcal{A}, V)$ ein affiner Raum und $F : \mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{A}$ mit $F^2 = id_{\mathcal{A}}$. Zeigen Sie: F besitzt einen Fixpunkt.

    Hinweis: Benutzen Sie die Matrixdarstellung. (3 Punkte)

43. Seien $f_0, f_1, \ldots, f_n \in \mathrm{Hom}(V, K)$ Linearformen. Zeigen Sie: Es gibt $r_1, \ldots, r_n \in K$ mit $f_0 = \sum r_i f_i$ genau dann, wenn

$$\bigcap_i \mathrm{Ker}(f_i) \subseteq \mathrm{Ker}(f_0)$$

    ist.

    Hinweis: $\mathrm{Ker}(f) = \mathrm{Ann}(\mathcal{L}(f))$. (4 Punkte)

44. Zeigen Sie: Jede quadratische Matrix ist Summe zweier regulärer Matrizen. (3 Punkte)

45. Berechnen Sie die Determinante der $n-$reihigen Matrix

$$\begin{pmatrix} a & b & b & \ldots & b \\ b & a & b & \ldots & b \\ b & b & a & \ldots & b \\ & \vdots & & \ddots & \\ b & b & \ldots & b & a \end{pmatrix}$$

(4 Punkte)