



Ergänzung zur Serie 4 der Übungsaufgaben zur Analysis I* (WS 08/09)

Definitionen

Definition (Teilfolge). Sei $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge und $(n_k)_{k \in \mathbb{N}}$ eine streng monoton wachsende Folge natürlicher Zahlen.

Dann heißt $(y_k)_{k \in \mathbb{N}}$ mit $y_k := x_{n_k}$ eine Teilfolge von (x_n) .

Definition (Häufungspunkt einer reellen Folge). Ein Punkt x heißt Häufungspunkt der Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, falls in jeder noch so kleinen Umgebung von x unendlich viele Folgenglieder liegen, d.h.

$$\forall \varepsilon > 0 \exists M \subset \mathbb{N} \text{ mit } \text{card}(M) = \infty \forall k \in M : |x_k - x| < \varepsilon.$$

Definition (Nullfolge). Eine Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ heißt Nullfolge, falls $x_n \rightarrow 0$ für $n \rightarrow \infty$.

Definition (Bestimmte Divergenz). Eine Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ heißt bestimmt divergent gegen $+\infty$ bzw. $-\infty$ (Schreibweise: $x_n \rightarrow +\infty$ bzw. $x_n \rightarrow -\infty$), falls

$$\forall c \in \mathbb{R} \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \geq n_0 : x_n > c \quad \text{bzw.} \quad \forall c \in \mathbb{R} \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \geq n_0 : x_n < c,$$

d.h. die Folge über- bzw. unterschreitet irgendwann jede Schranke und bleibt dann darüber bzw. darunter.