Lineare Algebra und and analytische Geometrie, Blatt 1

1. A, B, C seien Mengen. Beweisen Sie:

- $A \subset B \Longleftrightarrow \big(A \cup C \subset B \cup C\big)$ und $\big(A \cap C \subset B \cap C\big)$;
- $A \cup B = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$;
- $A \subset B \Longleftrightarrow \mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$.
- $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subset \mathcal{P}(A \cup B)$.

2. Seien $f : A \to B$ eine Abbildung zwischen den Mengen A und B. Seien $M \subset A$ und $N \subset B$ Teilmengen. Zeigen Sie:

- $M \subset f^{-1}(f(M))$ und $f(f^{-1}(N)) \subset N$.
- Die Abbildung f injektiv ist $\Longleftrightarrow f^{-1}(f(M)) = M$, für alle Teilmengen $M \subset A$.
- f bijektiv ist $\Longleftrightarrow f(A - M) = B - f(M)$, für alle Teilmengen $M \subset A$.

3. Seien A, B, C endliche Mengen. Zeigen Sie:

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.
- $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$.

4. Sei A eine endliche Menge und $f, g : A \to A$ Abbildungen mit $f \circ g$ bijektiv. Zeigen Sie, dass beide f und g bijektiv sind.

Bemerkungen. Die Aufgaben sind maximal in Dreiergruppen abzugeben. Die Abgabe erfolgt Aufgabenweise, d.h. jede Aufgabe soll getrennt aufgeschrieben werden. Vergessen Sie bitte nicht Ihre Namen lesbar auf jedes Blatt zu schreiben!